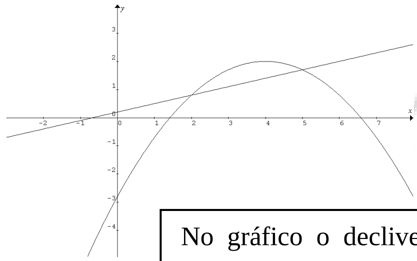
"Derivadas"

Taxa de variação média

Seja $[a,b] \in D_f$ então:

- $t.v.m._{[a,b]} f(x) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b-a}$

Exemplo:



No gráfico o declive da recta traçada é dado por $t.v.m._{[2,5]}$.

Geometricamente:

A $t.v.m._{[a,b]} f(x)$ representa o declive da recta secante ao gráfico de f definida pelos pontos $A(a, f(a))$ e $B(b, f(b))$.

Na Física:

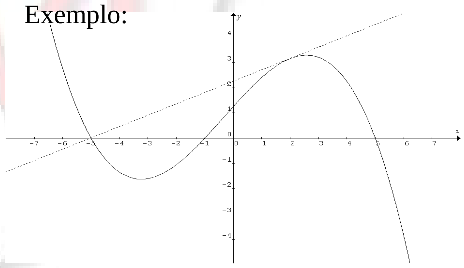
$t.v.m._{[a,b]}$ representa a *velocidade média* no intervalo de tempo $[a,b]$.

Derivada num ponto

Dado um ponto $a \in D_f$ temos que:

- $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x-a}$ ou
- $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Exemplo:



No gráfico o declive da recta traçada (tangente ao gráfico no ponto de abcissa 2) é dado por $f'(2)$.

Geometricamente:

A $f'(a)$ representa o declive da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa a.

Na Física:

$f'(a)$ representa a *velocidade instantânea* no instante $t = a$.

Função derivada

- Uma função é *derivável ou diferenciável num ponto* se tiver derivada finita nesse ponto.
- Uma função é *derivável ou diferenciável num intervalo* se tiver derivada finita em todos os pontos desse intervalo.

Teorema: Toda a função derivável num ponto é contínua nesse ponto.

Regras de derivação

- $(f \pm g)' = f' \pm g'$
- $(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'.g - f.g'}{g^2}$
- $(f^n)' = n.f^{n-1}.f'$
- $\left(\sqrt[n]{f}\right)' = \dfrac{f'}{n.\sqrt[n]{f^{n-1}}}$
- $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)).g'(x)$
- $(e^x)' = e^x$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$
- $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
- $(\ln u)' = \dfrac{u'}{x}$
- $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$